

Model 1

Problema 1. Valorile parametrilor $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ pentru care există $x, y, z \in \mathbf{R}$ nu toate nule astfel încât

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ 3x + y + \beta z = 0 \\ x + \alpha y + (\alpha + 1)z = 0 \end{cases}$$

sunt:

- a. $\beta = 2$ și $\alpha = 0$
- b. $\beta = 2$ și $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$
- c. $\beta \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ și $\alpha = 0$
- d. $\beta \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ și $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$
- e. $\beta = 0$ și $\alpha = 0$.

Problema 2. Dacă

$$A = \begin{pmatrix} 2x_1 x_2 & x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 & 1 \end{pmatrix}$$

unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

atunci

a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{x_1^2 + x_2^2} & \frac{x_1 + x_2}{x_1^2 + x_2^2} \\ \frac{x_1 + x_2}{x_1^2 + x_2^2} & -\frac{2x_1 x_2}{x_1^2 + x_2^2} \end{pmatrix}$

b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$

c. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$

d. $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$

e. $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$.

Problema 3. Dacă $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ este un sir de numere reale definit prin

$$a_n = \frac{\sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k + n}{n+1}, n \in \mathbb{N}^*$$

atunci:

- a. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$
- b. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > 2$
- c. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < 1$
- d. $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$
- e. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1,5$.

Problema 4. Dacă $\{S_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ este un sir de numere reale definit prin

$$S_n = \frac{1}{5} + \frac{4}{5^2} + \dots + \frac{(-2)^{2n}}{5^{n+1}}, n \in \mathbb{N}$$

atunci:

- a. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2$
- b. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{9}$
- c. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$
- d. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$
- e. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = -1$.

Problema 5. Dacă $F, f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ sunt funcții definite prin

$$f(x) = e^{x^2}(x+1)^2, g(x) = x^2, F(x) = (f \circ g)(x)$$

atunci

- a. $F'(x) = 2x^2 e^{x^4} (x^2 + 1)^2 + 2(x^2 + 1)e^{x^4}$
- b. $F'(x) = 4x e^{x^4} (x^2 + 1)(x + x^2 + 1)(-x + x^2 - 1)$
- c. $F'(x) = 4x e^{x^4} (x^2 + 1)(x + x^2 - 1)(-x + x^2 + 1)$
- d. $F'(x) = 4x e^{x^4} (x^2 - 1)(x + x^2 + 1)(-x + x^2 + 1)$
- e. $F'(x) = x e^{x^4} (x^2 - 1)(x + x^2 + 1)(-x + x^2 + 1)$

Problema 6. Dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este definită prin $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x$ atunci:

- a. $x = 1$ este punct de minim local pentru funcția f iar $x = 2$ este punct de maxim local pentru funcția f
- b. $x = 1$ și $x = 2$ sunt puncte de minim local pentru funcția f
- c. $x = 1$ și $x = 2$ sunt puncte de maxim local pentru funcția f
- d. $x = 1$ este punct de maxim local pentru funcția f iar $x = 2$ este punct de minim local pentru funcția f
- e. f nu are puncte de extrem local.

Problema 7. Dacă

$$A = \int_0^1 (x+1)^2 e^{-x} dx$$

atunci:

- a. $A = 5 - 10e^{-1}$
- b. $A = 5e^{-1} - 10$
- c. $A = 5e - 10$
- d. $A = 5 - 10e$
- e. $A = -10e$.

Problema 8. Valoarea lui $m \in \mathbf{R}^*$ pentru care parabola

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = mx^2 + 2x + 1$$

are vârful în punctul $V(-1, 0)$ este:

- a. $m = 1$
- b. $m = -1$
- c. $m = 2$
- d. $m \in \emptyset$
- e. $m = -2$.

Problema 9. Numărul de numere de 6 cifre distințe care se pot forma cu cifre de la 1 la 9 este:

- a. C_9^6
- b. A_9^6
- c. P_6
- d. $C_9^6 - P_6$
- e. $A_9^6 - A_8^5$

Problema 10. Dacă

$$E(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}}, \quad x \in (1, \infty),$$

atunci soluția ecuației $E(x)=2$ este:

- a. $x < 3$
- b. $x > 4$
- c. $x = 4$
- d. $x \in \emptyset$
- e. $x = 3,5$.

Model 2

Problema 1. Valorile parametrilor $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z + t = 0 \\ -x + y + \beta z + \alpha t = 0 \\ 3x + y + 2z + (\alpha + 1)t = 1 \end{cases}$$

este incompatibil sunt:

- a. $\alpha = 0$ și $\beta = 1$
- b. $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ și $\beta = 1$
- c. $\alpha = 0$ și $\beta \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$
- d. $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ și $\beta \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$
- e. nu există $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul să fie incompatibil

Problema 2. Dacă

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

și S este suma elementelor matricei A^n ($n \in \mathbf{N}^*$) atunci:

- a. $S = 2 \cdot 3^n$
- b. $S = 2 \cdot [3^n - (-1)^n]$
- c. $S = 2 \cdot 3^n - (-1)^n + 1$
- d. $S = 3^n$
- e. $S = 2 \cdot (-1)^n$

Problema 3. Fie $\mathbf{R}_n[X]$ mulțimea polinoamelor de grad cel mult $n \in \mathbf{N} \setminus \{0,1\}$, de coeficienți reali în nedeterminata X . Dacă P și Q sunt polinoame din $\mathbf{R}_n[X]$ definite prin

$$P(X) = (a+b)X^n + (b+c)X^{n-1} + c, \quad Q(X) = X^2 - X + 1$$

atunci $P(X) = Q(X)$ dacă și numai dacă:

- a. $n = 2, a = 3, b = -2, c = 1$
- b. $n = 2, a = -2, b = 3, c = 1$
- c. $n = 2, a = -3, b = 2, c = 1$
- d. $n = 2, a = 4, b = -3, c = 1$
- e. $n = 2, a = 2, b = -3, c = 1$

Problema 4. Dacă

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$$

este un sir de numere reale definit prin

$$a_n = \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + 1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

atunci:

a. sirul este divergent deoarece subșirul termenilor de rang par converge la e iar al celor de rang impar la $-e$

- b. sirul este convergent
- c. subșirul termenilor de rang par converge la $-e$
- d. subșirul termenilor de rang impar converge la e
- e. limita sirului există

Problema 5. Dacă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este o funcție definită prin

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{|x-1|} & \text{dacă } x \neq 1 \\ 1 & \text{dacă } x = 1 \end{cases}$$

atunci:

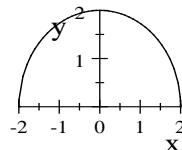
- a. f nu este continuă în punctul $x = 1$
- b. limita la stânga în punctul $x = 1$ a lui f este egală cu 1
- c. limita la dreapta în punctul $x = 1$ a lui f este egală cu -1
- d. f nu este continuă la dreapta în punctul $x = 1$
- e. f este discontinuă în orice punct x diferit de 1

Problema 6. Reprezentarea grafică a funcției

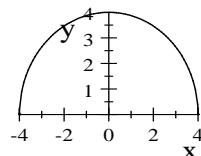
$$f : [-2, 2] \rightarrow [0, \infty), f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

în sistemul cartezian de coordonate xOy

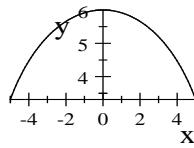
- a. este porțiunea din cercul $C(O, 2)$ situată deasupra axei Ox :



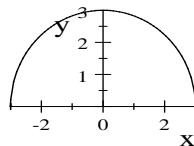
- b. este porțiunea din cercul $C(O, 4)$ situată deasupra axei Ox :



- c. este porțiunea din cercul $C(O,6)$ situată deasupra axei Ox :



- d. este porțiunea din cercul $C(O,3)$ situată deasupra axei Ox :



- e. nu este o porțiune dintr-un cerc

Problema 7. Dacă există o unică funcție derivabilă $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ care verifică

$$f'(x) - 2f(x) = 3, f(0) = 0$$

atunci:

- a. $f(x) = 3xe^{2x}$
- b. $f(x) = 2xe^{3x}$
- c. $f(x) = 2xe^{2x}$
- d. $f(x) = 3xe^{3x}$
- e. $f(x) = xe^{3x}$

Problema 8. Dacă $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este un sir de numere reale definit prin

$$a_n = \int_0^1 \frac{1}{x+n^2} e^{-\frac{x}{n}} dx$$

atunci:

- a. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- b. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ nu există
- c. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < 0$
- d. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > 0$
- e. sirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ are limita $+\infty$

Problema 9. Valorile lui $x \in \mathbf{R}$ pentru care al șaselea termen al dezvoltării binomului

$$\left(\sqrt{2^{\lg(x^2+1)}} + \sqrt[5]{2^{\lg x^2}} \right)^7$$

este $21 \cdot 2^{\lg 2}$ sunt:

- a. $x = -1, x = 1$
- b. $x = -1, x = 10$

- c. $x = -10, x = 1$
- d. nu există valori reale ale lui x care să îndeplinească cerința
- e. există cel puțin 3 valori reale ale lui x care să îndeplinească ipoteza

Problema 10. Valoarea reală a lui m pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x - 3y = m \\ -x + 3y = -3 \end{cases}$$

are o infinitate de soluții este:

- a. $m = 3$
- b. $m = 1$
- c. $m = 0$
- d. nu există m real care să îndeplinească cerința
- e. există o infinitate de valori ale lui m ce îndeplinesc cerința

Model 3

Problema 1. La un turneu de tenis de masă, 9 tenismeni au participat și fiecare dintre ei s-a întâlnit o singură dată cu ceilalți. Numărul total de meciuri jucate între ei este:

- a. C_9^2
- b. A_9^2
- c. P_2
- d. $A_9^2 - P_2$
- e. $C_9^2 - P_2$

Problema 2. Dacă $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-9}\}$, atunci:

- a. $A = \emptyset$
- b. $|A| = 2$
- c. $|A| = 1$
- d. $A \cap (1, 6) = \emptyset$
- e. $A \cap (-2, 0) \neq \emptyset$

Problema 3. Valoarea lui $m \in (0, \infty)$ pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x - 3y - m = 0 \\ 3y^2 - 3x + 3 = 0 \end{cases}$$

are doar soluțiile $(x, y) = (10, 3)$ și $(x, y) = (1, 0)$ este:

- a. $m = 1$
- b. $m = 5$
- c. $m = 0$
- d. nu există $m \in (0, \infty)$ care să îndeplinească cerința
- e. $m = 3$

Problema 4. Complementara mulțimii

$$A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2x + 1 > 0\}$$

este mulțimea:

- a. $\{-1\}$
- b. $\{1\}$
- c. $\mathbf{R} \setminus \{1\}$
- d. \emptyset
- e. $\{-1, 1\}$

Problema 5. Soluția inecuației:

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2} \leq \frac{1}{8}$$

este:

- a. \emptyset
- b. $[-1,1]$
- c. $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
- d. $[1, \infty)$
- e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Problema 6. Numărul maxim al termenilor din sirul

$$18, 24, 30, 36, \dots$$

ce trebuie aleși în ordine astfel încât suma termenilor să fie 798 este:

- a. 14 termeni
- b. 16 termeni
- c. 13 termeni
- d. 15 termeni
- e. 17 termeni

Problema 7. Fie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definită prin

$$f(x) = x^2 + px - q.$$

Valorile parametrilor reali p, q pentru care $V(3, -3)$ este vârful parabolei f sunt:

- a. $p = -6, q = -6$
- b. $p = -6, q = 6$
- c. $p = 6, q = -6$
- d. nu există $p, q \in \mathbf{R}$ astfel V să fie vârful parabolei f
- e. $p = 6, q = 6$

Problema 8. Fie

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ și } P_A(\lambda) = \det(A - \lambda I_3) \text{ pentru } \lambda \in \mathbf{R}.$$

Dacă $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbf{R}$ sunt soluțiile ecuației $P_A(\lambda) = 0$ atunci

- a. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 4$
- b. $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 4$
- c. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -4$
- d. $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = -4$
- e. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 3$

Problema 9. Fie $R_1[X]$ mulțimea polinoamelor de grad cel mult 1, de coeficienți reali în nedeterminata X . Care afirmație este adevărată:

- a. $\forall \alpha, \beta \in R \quad \forall P, Q \in R_1[X] \text{ sunt loc } \alpha P + \beta Q \in R_1[X]$
- b. $\forall \alpha, \beta \in R \quad \forall P, Q \in R_1[X] \text{ sunt loc } \alpha P + \beta Q \notin R_1[X]$
- c. $\forall P, Q \in R_1[X], \exists \alpha, \beta \in R \text{ astfel încât } \alpha P + \beta Q \notin R_1[X]$
- d. $\exists \alpha, \beta \in R \text{ astfel încât } \forall P, Q \in R_1[X], \text{ sunt loc } \alpha P + \beta Q \notin R_1[X]$
- e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Problema 10. Dacă $f : (0, \infty) \rightarrow R$ este definită prin

$$f(x) = \frac{3x^2 + 27}{(3 + x^2)^2} e^{-x}$$

atunci ecuația $f(x) = 1$ are:

- a. o unică soluție în intervalul $(0, \infty)$
- b. două soluții în intervalul $(0, \infty)$
- c. trei soluții în intervalul $(0, \infty)$
- d. $\exists x \in (0, \infty)$ care să verifice ecuația
- e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Model 4

Problema 1. Dacă $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 4\}$ și $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ atunci:

- a. $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \setminus B = \{1, 2\}$
- b. $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \setminus B = \{3\}$
- c. $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 7\}$, $A \setminus B = \{4, 5, 6, 7\}$
- d. $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \setminus B = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 3\}$
- e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Problema 2. Dacă

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ și } B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

atunci sunt funcții $f : A \rightarrow B$ următoarele relații definite prin tabelul:

a.

x	1	2	3	4
$f(x)$	3	4	5	7

b.

x	1	2	3	4	4
$y=f(x)$	3	4	5	6	7

c.

x	1	2	3	4
$y=f(x)$		3	3	7

d.

x	1	2	2	3	4
$y=f(x)$	7	4	3	5	6

e. nu există funcții $f : A \rightarrow B$

Problema 3. Fie $f : (0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ definită prin

$$f(x) = e^{2 \ln x} - 2e^{\ln x} + 1.$$

Soluția ecuației $f(x) = 0$ este:

- a. $x = 1$
- b. $x = e$
- c. $x = 2$
- d. $x \in \emptyset$
- e. ecuația nu are soluții numere reale

Problema 4. Valorile lui $x \in \mathbb{R}$ care verifică simultan inegalitățile

$$\begin{cases} 0 \leq 0.4 - x \leq 1 \\ 0 \leq 0.5 - x \leq 1 \\ 0 \leq 0.1 + x \leq 1 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

sunt

- a. $x \in [0, 0.4]$
- b. $x \in [0, 0.5]$
- c. $x \in [0.1, 0.4]$
- d. $x \in [0.1, 0.5]$
- e. $x \in [0, 0.9]$

Problema 5. Soluția ecuației

$$\log_x(x^2 - 6x + 18) = 2$$

este:

- a. $x = 3$
- b. $x = 2$
- c. $x = 4$
- d. $x = 5$
- e. ecuația nu are soluții numere reale

Problema 6. Dacă

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

atunci:

- a. $D = 4$
- b. $D = -4$
- c. $D > 4$
- d. $D < 4$
- e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Problema 7. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $M_{n,n}(\mathbb{R})$ mulțimea matricelor cu n linii și n coloane de elemente reale. Pentru $A \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ notăm $\det(A) = |A|$. Dacă $A_1, \dots, A_n \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ sunt astfel încât $|A_i| = i2^i$ pentru orice $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ atunci:

- a. $|A_1 \cdot \dots \cdot A_n| = n! \sqrt{2^{n(n+1)}}$
- b. $|A_1 \cdot \dots \cdot A_n| = \sqrt{n! 2^{n^2+1}}$

- c. $|A_1 \cdot \dots \cdot A_n| = n! \sqrt{2^{n+2n}}$
d. $|A_1 \cdot \dots \cdot A_n| = \sqrt{n! 2^{n^2}}$
e. niciuna dintre variantele de răspuns de mai sus nu este corectă

Problema 8. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = x - 6 + \sqrt{6 + \sqrt{x^2}}.$$

Soluția ecuației $f(x) = 0$ este:

- a. $x = 3$
b. $x = -3$
c. $x = 10$
d. $x = -10$
e. ecuația nu are soluții numere reale

Problema 9. Dacă $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ este un sir de numere reale definit prin

$$a_n = \ln\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \dots + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

atunci

- a. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$
b. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$
c. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
d. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$
e. $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ este monoton descrescător

Problema 10. Fie $\mathbb{R}_1[X]$ mulțimea polinoamelor de grad cel mult 1, de coeficienți reali în nedeterminata X și $f : \mathbb{R}_1[X] \mapsto \mathbb{R}$ definită prin

$$f(P(X)) = \int_0^1 (P(t) - P'(t)) dt$$

oricare ar fi $P(X) = aX + b \in \mathbb{R}_1[X]$. Ecuația

$$f(P(X)) = 0$$

este verificată pentru

- a. $P(X) = a(X + \frac{1}{2})$ unde $a \in \mathbb{R}$ sau $P(X) = b(2X + 1)$ unde $b \in \mathbb{R}$
b. $P(X) = a(X - \frac{1}{2})$ unde $a \in \mathbb{R}$ sau $P(X) = b(2X - 1)$ unde $b \in \mathbb{R}$
c. $P(X) = a(-X + \frac{1}{2})$ unde $a \in \mathbb{R}$ sau $P(X) = b(-2X + 1)$ unde $b \in \mathbb{R}$
d. singurul polinom care verifică ecuația este $P(X) = 0$
e. nu există $P(X) \neq 0$ care să verifice ecuația dată